

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE

“G.M. Angioy”

Carbonia

**ALLEGATO C
TESTI DELLE SIMULAZIONI DELLA
SECONDA PROVA**

Classe V A

Liceo delle Scienze Applicate

Anno Scolastico 2023/2024

Coordinatore:

Prof.ssa Silvana Ventura

Dirigente Scolastico:

Dott.ssa Teresa Florio

SIMULAZIONE SECONDA PROVA
ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO
Tema di: MATEMATICA
CARBONIA, 27/03/2024

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 degli 8 quesiti in cui si articola il questionario.

PROBLEMA 1.

Sia $f(x) = \frac{x^3}{ax+b}$ una funzione reale di variabile reale, dove a, b sono parametri reali.

- Determinare tali parametri in modo che la curva γ di equazione cartesiana $y = f(x)$ passi per il punto di coordinate $\left(\frac{3}{4}; \frac{27}{32}\right)$ e abbia in questo punto un estremo relativo.
- Controllato che la curva γ cercata si ottiene per $a = 2$ e $b = -1$, studiare tale curva e disegnarne l'andamento in un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy).
- Determinare la retta tangente r e normale s per il punto P della funzione di ascissa 1;
- Indicare con C e D i punti di intersezione delle due rette con l'asse delle ascisse;
- Calcolare l'area del triangolo CPD.

PROBLEMA 2.

- Sia $f(x) = \frac{2x^2+ax+b}{x^3}$ una funzione reale di variabile reale, dove a, b sono parametri reali.
- Determinare tali parametri in modo che la curva γ di equazione cartesiana $y = f(x)$ passi per il punto di coordinate $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$ e abbia un estremo relativo nel punto di ascissa $x = 3$.
- Controllato che la curva γ cercata si ottiene per $a = -4$ e $b = 2$, studiare tale curva e disegnarne l'andamento in un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy).
- Determinare la retta tangente r e normale s per il punto P della funzione di ascissa 2;
- Indicare con C e D i punti di intersezione delle due rette con l'asse delle ordinate;
- Calcolare l'area del triangolo CPD.

QUESTIONARIO

1. Data la seguente funzione:

$$y = x - \sqrt{x^2 - 1}$$

Determina l'equazione dell'asintoto obliquo della seguente funzione.

2. Utilizzando la definizione calcola la derivata della funzione $f(x)$ nel punto indicato a fianco, e conferma il risultato con le regole di derivazione:

$$y = x * e^x \quad x = 0$$

3. Calcola il limite della seguente funzione:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 - 5}$$

4. Calcola il Campo di Esistenza della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x - 4}}{\ln(4x - 3)}$$

5. Calcola la derivata della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{\ln(\sin(x^2 - 1))}$$

6. Stabilire se $f(x)$ è continua nel dominio e, eventualmente, studiarne i punti di discontinuità:

$$f(x) = \begin{cases} \log(x^2 + 1) & \text{se } x \leq -1 \\ \frac{1}{x + 1} & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

7. Data la seguente funzione e il punto indicato a fianco:

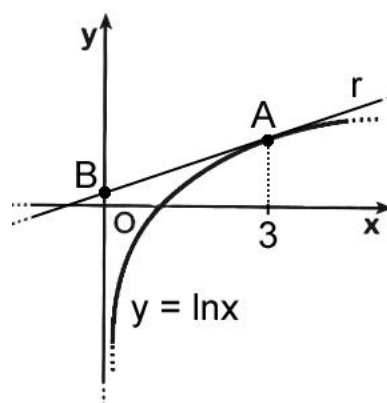
- a) calcola la sua derivata;
b) la funzione è continua nel punto indicato?
c) la funzione è derivabile nel punto indicato?

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x < e \\ \ln x & \text{se } x \geq e \end{cases} \quad x = e$$

8. Nella figura la retta r è tangente al grafico di $y = \ln x$ nel punto A.

a) Scrivi l'equazione di r e ricava le coordinate del punto B.

b) Verifica che anche la retta s di equazione $y = x - 1$ è tangente al grafico in un punto C di cui si chiedono le coordinate.





Anno scolastico 2023/2024

SIMULAZIONE ESAMEDISTATO
DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzi: LI03 – SCIENTIFICO – OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: MATEMATICA
CARBONIA, 08/05/2024

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 degli 8 quesiti in cui si articola il questionario.

PROBLEMA 1.

Fissati due parametri reali non nulli a e b considera la funzione:

$$f(x) = (a + bx)e^{2x}$$

1. Determina i parametri a e b in modo che il grafico di $f(x)$ passi per il punto $(1; 0)$ e la retta tangente in tale punto abbia coefficiente angolare $m = e^2$.
2. Provato che $a = -1$ e $b = 1$ studia in modo completo tale funzione, calcolando inoltre le coordinate dei punti di flesso, le equazioni degli eventuali asintoti e rappresentala graficamente.
3. Determina la retta tangente t nel punto di flesso F .
4. Considerato il triangolo avente i vertici, rispettivamente, nell'origine, nel punto della funzione di ascissa $x=2$, e nel punto P sua proiezione sull'asse x , determina la sua area;
5. Calcola l'integrale indefinito della funzione con tali valori dei parametri.

PROBLEMA 2.

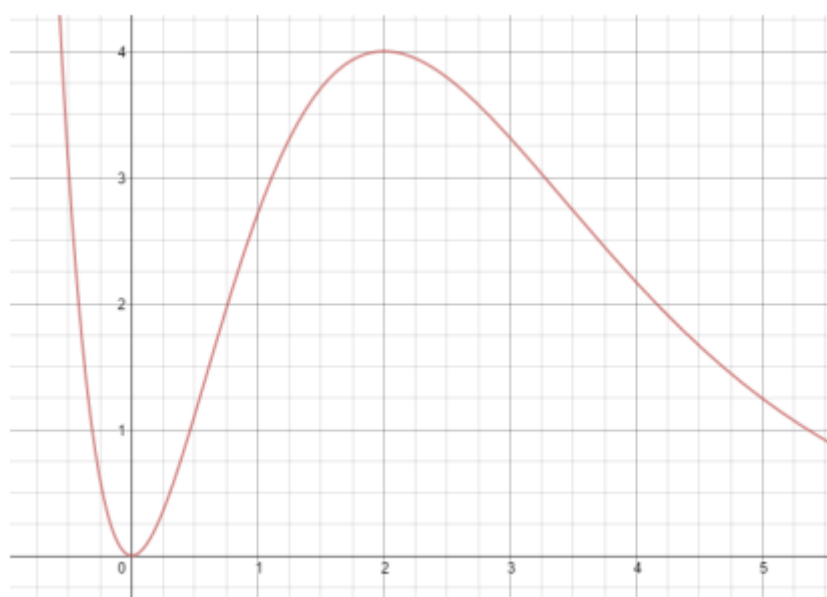


Figura 1: grafico G

Il grafico G in figura 1 rappresenta una funzione del tipo:

$$f(x) = x^k e^{(k-x)}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad k \in \mathbb{N}, k > 1$$

1. Determina il valore del parametro k affinché la $f(x)$ sia rappresentata dal grafico, motivando la tua risposta.
2. Controllato che il valore del parametro è $k=2$, si studi in modo completo tale funzione, calcolando inoltre le coordinate dei punti di flesso, le equazioni degli eventuali asintoti e rappresentala graficamente;
3. Determina le equazioni delle rette tangenti a G nei punti di flesso;
4. Considerato il triangolo avente i vertici, rispettivamente, nell'origine, nel punto della funzione di ascissa $x=3$, e nel punto P sua proiezione sull'asse x , determina la sua area;
6. Calcola l'integrale indefinito della funzione con tale valore del parametro.

QUESTIONARIO

1. Determina la primitiva della funzione:

$$f(x) = 15\sqrt{6-5x}$$

passante per il punto $(-2;3)$.

2. Riconoscere che la funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - x}$$

nell'intervallo $[5;19]$ verifica le ipotesi del teorema di Rolle e che esiste un solo punto c interno all'intervallo che verifica la tesi del teorema.

3. Utilizzando la regola di de l'Hopital calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 2x}$$

4. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \frac{|x + 1|}{x + 1}$$

Discutere la continuità di f e classificare le eventuali discontinuità.

5. Calcola la derivata della seguente funzione:

$$f(x) = \sin^4 x^3$$

6. Considera la funzione

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x^2}{p(x)},$$

dove $p(x)$ è un polinomio.

Determina $p(x)$ sapendo che il grafico di $f(x)$ presenta un asintoto obliquo di equazione $y = \frac{1}{2}x + 1$ e che in $x = 4$ presenta un punto di singolarità eliminabile.

7. Determina i valori di a e b in modo che la funzione $g(x)$:

$$g(x) = \begin{cases} 3 - ax^2 & \text{per } x \leq 1 \\ \frac{b}{x-3} & \text{per } x > 1 \end{cases}$$

sia derivabile in tutto il suo dominio.

8. Individua il valore di k per cui la tangente nell'origine al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x}{x - k}$$

forma un angolo di 30° con l'asse delle ascisse.